

1. Sarrera

1.1. KONTZEPTU OROKORRAK

Elastikotasunaren Teoria eta Materialen Erresistentzia gorputz deformagarrien portaera ikasten duten zientziak dira. Bi jakintzagai horiek Mekanika izenez ezagutzen den irakasgaiaren barnean koka ditzakegu. Mekanikak gorputzen higidura ulertzeko balio diguten tresnak eskaintzen dizkigu, eta arlo desberdin ugariz dago osatuta. Sarritan, atal horien arteko muga definitzea ez da lan erraza izaten. Arlo horiek bata bestetik bereizteko erabiltzen den oinarritzko irizpidea aztertutako partikula edo gorputzen izaera da. Dakigun bezala, partikula bat dimentsiorik gabeko puntu material bat da. Partikula horietako zenbait elkartzuz gero, gorputz bat lortuko genuke. Horrela, likido eta gasen partikulak ikasten dituen mekanikaren atalari “Fluidoaren Mekanika” deritza, eta gorputz zurrunk aztertzen dituenari “Solidoen Mekanika”. Elastikotasunaren Teoria eta Materialen Erresistentzia azken talde horretan daude kokaturik.

Solidoak aztertzeke orduan, bi motatako solidoak desberdindu behar ditugu: zurrunk eta deformagarriak. Solido deformagarriak itxura- edo forma-aldaketak jasan ditzaketen gorputzak dira. Forma-aldaketa horiei *deformazioak* deritze. Alderantziz, solido zurrunek ezin dezakete inolako itxura-aldaketarik eduki; hots, solido perfektuak direla suposatzen da. Beste era batera esanda, solido zurrunek translazioak edo biraketak bakarrik eduki ditzakete, eta horien puntuen arteko posizio erlatiboa inoiz ez da aldatzen. Halere, zehatzak izan nahi badugu, solido guztiak dira deformagarriak, ez baitago zurruntasun infinitua duen materialik. Hau da, deformatzen ez den solidorik ez da existitzen. Dena den, zenbait kasutan solidoa zurrunk dela onar dezakegu akats handirik egiteko beldurrik gabe. Esate baterako, gorputz baten abiadura edo azelerazioak aztertu nahi ditugunean, ez dago gorputzaren forma-aldaketa ikasi beharrik.

Elastikotasunaren Teoriak eta Materialen Erresistentziak, ordea, abiapuntu modura solidoak deformagarriak direla onartzen dute beti, eta, beraz, solido deformagarrien mekanikari dagokion irakasgai bat da. Ondorioz, liburu honetan gorputzaren higidurak ez du garrantzirik edukiko, eta alde batera utziko dugu. Izan ere, aztertuko ditugun egiturak orekan —hau da, geldirik— dauden sistemak izango dira.

1.2. ELASTIKOTASUNAREN TEORIA ETA MATERIALEN ERRESISTENTZIA

Elastikotasunaren Teoriaren eta Materialen Erresistentziaren helburuak berdinak diren arren, bien artean desberdintasun garrantzitsuak daude. Ikus ditzagun, labur bada ere, bi jakintzagai horien berezitasun azpimarragarriak.

Elastikotasunaren Teoriak gorputz elastikoak aztertzen ditu, hots, indarrak desagertu eta gero hasierako itxura eta neurriak berreskuratzen dituztenak. Gorputz horietako puntuetan, kanpotik eragiten duten akzioen eta gorputzaren erantzunaren artean dagoen erlazioa matematikoki formulatzen du. Elastikotasunaren Teoriak lortzen dituen ondorioak orokorrak dira eta edozein forma duten gorputzen kalkulurako aplikatu daitezke. Liburu honetan Elastikotasunaren Teoriaren oinarriko kontzeptuak baino ez ditugu agertuko, eta portaera lineala duten kasuetara mugatuko gara. Ikusiko dugun bezala, Elastikotasunaren Teoriaren formulazio matematikoak oso konplexuak dira eta gutxitan lor daitezke soluzio esplizituak; eta metodo numerikoak erabili behar dira, planteatzen dituen ekuazioak askatu ahal izateko.

Materialen Erresistentziak, aldiz, gorputz guztientzat orokorrak diren emaitzak lortzen saiatu ordez, egituretan sarrien erabiltzen diren elementuak bakarrik ikasten ditu. Hau da, elementu tipikoak aztertzen ditu. Elementu horien geometria nahiko sinplea izaten da eta, horretaz baliatuz, analisia errazten duten hipotesi sinplifikatzaileak erabili daitezke, eta soluzioa Elastikotasunaren Teoriaren bidez baino azkarrago lor daiteke. Dударik gabe, Materialen Erresistentziaren bidez lortzen den soluzioa ez da Elastikotasunaren Teoriak eskaintzen duena bezain zehatza. Halere, hurrengo atal batean azalduko ditugun elementu tipikoen kasuan, Materialen Erresistentzia aplikatuz lor daitezkeen emaitzak zeharo onargarriak dira, egindako akatsa arbuiagarria izanik.

Bi jakintzagai horien artean bada beste desberdintasun garrantzitsu bat ere. Elastikotasunaren Teoria, izenak aditzera ematen duen bezala, gorputz elastikoen analisisira mugatzen da. Materialen Erresistentziak, aldiz, portaera elastikoa galdu duten egituren analisia egin dezake. Portaera plastikoa aztertzen duten jakintzagaiei *plastikotasuna* eta *biskoelastikotasuna* deritze. Halere, Elastikotasunaren Teoriaren desabantailarik handiena erabiltzen dituen formulazioen konplexutasuna da. Izan ere, gorputzeko puntu bakoitzean planteatzen dituen ekuazioak zeharo orokorrak diren arren, gutxitan aska daitezke soluzio esplizitua lortzeko, egitura oso sinpleak izan ezean. Dena den, Elastikotasunaren Teoria ez da baztertu behar, horrek argituko dizkigulako Materialen Erresistentzian erabiliko ditugun oinarriko kontzeptu eta magnitudeak. Gainera, Elastikotasunaren Teoriaren bidez Materialen Erresistentzian lortutako emaitzen zehaztasuna neur daiteke, egindako hurbilketak egokiak diren jakin ahal izateko.

Gaur egun, konputagailuek azken urteotan ezagutu duten bilakaera sakona dela-eta, Elastikotasunaren Teoriak planteatutako ekuazioak numerikoki ebatz daitezke, eta horrela geometria eta mugako baldintza konplexuak dituzten problemenez ere soluzioak lor daitezke. Era horretan, Elastikotasunaren Teoria eta Materialen Erresistentzia garai batean baino bateratua go daudela esan dezakegu.

1.3. EGITUREN DISEINUA

Gorago aipatu dugun bezala, liburu honetan aurkezten diren jakintzagaien helburua egiturak diseinatu eta kalkulatzeko balioko dituzten tresnak eskaintzea da. Egitura elementu desberdinen bidez osatutako edozein sistema da, kanpotik eragiten dioten indarrak eusteko gai dena. Aulkiak, mahaiak, zuhaitzak, hegazkinak, armiarma-sareak eta abar egiturak dira.

Zentzuzko diseinuak egin ahal izateko, beharrezkoa da materialen portaera ongi ezagutzea. Hori dela-eta, Materialen Erresistentzia eta Elastikotasunaren Teoria oinarritzko irakasgaiak dira ingeniartzako alor askotan. Liburu honetan zehar materialen portaera ulertzeko balioko dituzten formulak eta ekuazioak aurkeztuko ditugu.

Ingeniariek eta arkitektoek zeresan eta erantzukizun handia daukate egituren diseinuan. Egiturak mota askotakoak eta oso desberdinak izan daitezkeen arren (zubiak, itsasontziak, etxebizitzak, urtegiak, etab.), badira guztientzat berdinak diren zenbait ezau-garri. Esate baterako, lehen izendatu ditugun egitura guztiak gizakien behar desberdinak betetzeko pentsatuta daude. Arestian aurreratu dugun bezala, egitura guztien beste betebeharrak bat kanpoko eraginei aurre egitea da, behera etorri gabe. Eutsi behar dieten indar horien artean, haizearen presioa, elurraren pisua, uraren bultzada, automobilen pisua eta abar aipa ditzakegu. Horiez gain, egiturak kanpoko eragin desberdin ugari jasan ditzake, adibidez, tenperatura-aldaketen eragina, euskarrien ustekabeko mugimenduak, muntaian egindako akatsek sortutakoak, etab. Eragin horiek guztiak sinbolikoki eta zenbait hurbilketa egin ondoren adieraziko ditugu. Izan ere, suposatutako indarren zehaztasunak eragin ikaragarria izan dezake azken emaitzan eta, beraz, kontu handiarekin aztertu behar dira indarrak.

Egituretan parte hartzen duten aldagaien kopurua oso handia denez, egitura bat diseinatzeko orduan jarraitu behar den lehenengo pausoa modelo matematiko sinplifikatu bat lortzea da, benetan garrantzitsuak diren aldagaiak kontuan hartuz. Ondoren, modelo matematiko horri hurrengo gaitan ikusiko ditugun ekuazio eta erlazio matematikoak aplikatuko dizkiogu. Kalkuluak egiten hasi aurretik aurrez aurre definitutakoak egin behar da, hau da, behin-behineko neurri batzuk aukeratu behar ditugu abiapuntu modura. Ondoren, Elastikotasunaren Teoriaren eta Materialen Erresistentziaren bidez egituraren erantzuna kalkula daiteke, hau da, kanpoko eraginaren ondorioz gorputzeko puntuetan agertzen diren tentsio eta deformazioen balioak lor daitezke. Balio horiek onargarriak ez badira, elementuaren diseinua aldatu beharko dugu, eta prozesua berriro errepikatu, diseinu egokia lortu arte. Egituren diseinua, beraz, iterazio-prozesu bat da.

Datozen kapituluetan ikusiko dugun bezala, egiturak oinarritzko baldintza batzuk bete behar ditu onargarria izateko. Alde batetik, egiturak *erresistentzia* egokia eduki behar du, hau da, kanpoko kargei hautsi gabe eutsi behar die. Ez da hau, halere, egiturak bete behar duen baldintza bakarra. Hautsi gabe irauteaz gain, egiturak *zurruntasun* egokia eduki behar du, hots, kanpoko indarrei gehiegizko deformaziorik jasan gabe eutsi behar die. Izan ere, egitura bat hautsi ez arren, deformazioak handiegiak badira, egitura onartezina bihur daiteke. Azkenik, egitura *egonkorra* izan behar da, hau da, ezin eduki ditzake ustekabeko deformazio nabarmenak. Azken baldintza hau gilbordura izeneko fenomenoarekin erlazio-natuta dago, azken kapituluaren ikusiko dugun bezala. Bukatzeko, ez da ahaztu behar egitura

bat egokia den ala ez erabakitzeke orduan, erresistentziaz edo zurruntasunaz gain beste hainbat baldintza ere kontuan hartu behar direla, adibidez, ekonomikoak eta estetikoak.

1.4. EGITURETAKO ELEMENTU ARRUNTAK

Egituren funtsezko helburua, beraz, jasaten dituzten indarrei aurre egitea da. Esate baterako, etxebizitza batean eragiten duen haizearen indarra edo elurraren pisua egituraren oinarrietara transmititu beharra dago. Gauza bera esan daiteke zubi baten gainetik igarotzen diren beribilek eragiten duten pisuaz. Indar horiek egituraren zehar transmititzen dira oinarriko euskarrietara iritsi arte, eta transmititzeko modua egituraren geometriaren menpe dago. Egiturek forma eta itxura oso desberdinak eduki ditzakete eta hemen guztiak izendatzea ezinezkoa izango litzateke. Halere, egitura gehienak elementu gutxi batzuk konbinatuz lor daitezke. Egituretan sarritan agertzen diren elementu tipiko horiek dira, hain zuzen, Materialen Erresistentziak aztertzen dituenak. Elementu arrunt horien portaera ezagutuz gero, egitura ugari kalkulatzeko gai izango gara.

Elementu horiek hiru taldetan sailka daitezke: pieza prismatikoak, xaflak eta oskolak. Gorputz horiek dituzten berezitasun geometrikoei esker, kalkulua asko errazten duten hurbilketak eta hipotesi sinplifikatzaileak egin ditzakegu. Ikus ditzagun laburki hiru elementu horien ezaugarriak.

Pieza prismatikoak luzera handia daukaten piezak dira, zeharkako sekzioaren neurriekin alderatuz. Hau da, dimentsio bat beste biak baino askoz handiago da. Elementu horiek maiz agertzen dira egituretan (habeak, zutabeak, ardatzak etab.), eta hiruretatik garrantzitsuenak direla esan dezakegu. Bestetik, *xaflak* lodiera txikiko elementu lauak dira. Beste era batera esanda, dimentsio bat beste biak baino askoz txikiagoa da. Pieza prismatikoaren bi dimentsiotako kasua direla esan daiteke. Xaflak ere sarritan erabiltzen diren elementuak dira, adibidez, eraikuntzetako solairuak egiteko. Azkenik, *oskolak* ere lodiera txikia duten elementuak dira, baina ez dira lauak izaten xaflak bezala. Bien artean dagoen diferentzia oskolek duten kurbadura da. Hori dela-eta, xaflek eta oskolek lan egiteko duten era oso desberdina da. Oskolak *lamina* hitzarekin ere ezagutzen dira. Oskolen adibide dira ur- eta gas-biltegiak, elizetako kupulak, ontzi-kroskoak, etab.

Hiruretatik garrantzitsuena eta gehien erabiltzen dena pieza prismatikoa dela esan dezakegu. Hori dela-eta, liburu honetan Materialen Erresistentziari eskainitako gaietan pieza prismatikoak eta horiekin osatutako egiturak baino ez ditugu aztertuko. Salbuespen gisa oskolen kalkulurako oinarritzko arau batzuk ere ikusiko ditugu, presiopean dauden horma meheko ontzien analisisa egiteko balioko digutenak. Analizatu beharreko elementua hiru talde horietakoren batean sailkatu ezin daitekeenean, ezingo dugu Materialen Erresistentzia erabili, eta Elastikotasunaren Teoria aplikatu beharko dugu.

1.5. EGITURETAKO MATERIALAK

Egitura batek kanpoko kargei eusteko duen gaitasuna, erabilitako materialen menpe dago neurri handi batean. Lehen esandakoaren hariari helduz, materialen ezaugarri garrantzitsuenak *erresistentzia* eta *zurruntasuna* dira. Ez dago dudarik ingeniariartzako aplikazio gehienetan erresistentzia handiko materialak erabiltzea komeni dela. Altzairua sarrien

erabiltzen den materiala da, erresistentzia altua duelako eta portaera oso antzekoa trakziopean nahiz konpresiopean. Beste material batzuk, ordea, harriak edo hormigoiak adibidez, konpresiopean erresistentzia egokia duten arren, oso ahulak dira trakziopean.

Egiturek beren pisu propioa ere jasan behar dutenez, materialen erresistentziaren eta dentsitatearen arteko erlazioa oso adierazgarria da, eta erabakigarria gerta liteke zenbait kasutan. Hegazkinen kasuan, adibidez, erlazio horrek garrantzi handia du, hegazkina ahalik eta arinena izatea komeni baita. Hori dela-eta, hegazkinetan aluminioa edo titanioa bezalako materialak erabiltzen dira, altzairuaren antzeko erresistentzia baina pisu askoz txikiagoa dutelako.

Erresistentziaz gain, materialak zurruntasun egokia eduki behar du, hau da, ezin ditzake deformazio handiegiak izan kanpoko indarrek eragiten dutenean. Kautxua, adibidez, ez da etxebizitzak egiteko material egokia. Kontuan hartu behar da, gainera, egitura bat behera etorri ez arren, jasaten dituen deformazioak handiegiak badira, buruhauste handiak ekar ditzakeela. Izan ere, etxebizitza bateko habeen deformazioa handiegia bada, pitzadurak ager daitezke solairuetako hormetan eta zoruan, onartezina dena.

Eraikuntzako materialek eduki behar duten beste propietate bat *elastikotasuna* da. Indarrak desagertu ondoren materialek hasierako forma berreskuratzeko duten gaitasunari elastikotasuna deritzo. Kontuan hartu behar da, egitura askotan indarrak ez direla konstanteak izaten, agertu eta desagertu egiten direla. Indar horiek sortzen dituzten deformazioak metatuz joango balira, denbora laburrean deformazio onartezinak sortuko lirarteke. Alderantziz, egituraren portaera elastikoa bada, indarrek sortzen dituzten deformazioak desagertu egiten dira indarrak aplikatzeari utzi ondoren. Altzairua, egurra edo hormigoia bezalako materialek portaera elastikoa agertzen dute aplikatutako indarrak muga baten azpitik daudenean.

Material guztiak lehenago edo beranduago hautsi egiten diren arren, hausteko duten era oso desberdina izan daiteke. *Harikorrak* deritzen materialek deformazio handiak jasaten dituzte hautsi baino lehen. Altzairua, aluminioa eta metal gehienak harikorrak dira. Alderantziz, material hauskorrak bat-batean apurtzen dira, ia deformaziorik jasan gabe. Harria edo hormigoia bezalako materialak hauskorrak dira. Gehienetan material harikorrak hauskorrak baino komenigarriagoak izaten dira, hautsi baino lehen asko deformatzen direlako, hutsegitea gertu dagoela ohartaraziz.

Esandakoaren arabera, material guztiak desabantailak dauzkatela ondoriozta daiteke. Hori dela-eta, maiz material desberdinak nahasten dira, desabantaila horiek gainditu ahal izateko. Arestian aipatu dugun bezala, hormigoia ahula da trakziopean, baina konpresio-erresistentzia altua du. Gainera, erakargarria egiten duten zenbait ezaugarri dauzka: ez da erretzen, beste material batzuekin konparatuz nahiko merkea da, eta forma desberdin askotako elementuak eraiki daitezke. Eta trakziopean duen erresistentzia handitzeko, altzairuzko barrak sartzen zaizkio, *hormigoi armatua* deitzen dena lortuz. Gaur egun erabiltzen diren material berri asko hormigoi armatuaren printzipio berean oinarritzen dira, *material konposatuak* kasu. Material konposatu gehienek plastikoazko oinarri bat edukitzen dute, beirazko zuntzen bidez zurruntzen dena. Horrela, aldi berean plastikoaren malgutasuna eta zuntzen erresistentzia dituen materiala lortzen da.

1.6. OINARRIZKO HIPOTESIAK

Liburu honetan zehar aztertuko ditugun gorputzek oinarrizko hipotesi batzuk betetzen dituztela onartuko dugu. Hipotesiak honako hauek dira: jarraitutasuna, homogeneotasuna eta isotropia. Horrez gain, deformazioak txikiak direla suposatuko dugu.

Gorputz bati dagokion bolumen guztia materiaz beteta dagoenean, gorputza *jarraitua* dela esaten da. Beste hitz batzuetan esanik, maila mikroskopikoan topatuko genukeen egitura atomiko erreala ez da kontuan hartzen. Era berean, materialak akatsik ez duela onartuko dugu (pitzadurak, burbuilak, hutsuneak etab.). Hipotesi hori betetzen dela onartzeak kalkulu infinitesimala aplikatzeko aukera emango digu. Izan ere, gorputz jarraituen propietateak eta portaera definitzen duten funtzioak ere jarraituak izango dira. Halaber, aztertuko ditugun gorputzak *homogeneoak* direla suposatuko dugu, hots, puntu guztietako propietateak berdinak direla. Azkenik, puntu bateko propietateak norabide guztietan berdinak direnean, materiala *isotropoa* dela esaten da.

Material errealak perfektuak ez direnez, goian aipatutako baldintzak gutxitan betetzen dira. Altzairu-puska bati mikroskopio baten laguntzaz so eginez gero, kristal desberdin ugariz osatuta dagoela ikusiko genuke, eta kristal horietako bakoitzaren portaera ez dela isotropoa. Hormigoi-zati bat aztertuz gero, antzeko irudia edukiko genuke. Halere, hipotesi horiek betetzen direla onartuz lortzen diren emaitzak bat datoz saiakuntza esperimentalen bidez lortzen direnekin. Izan ere, kristal horien kopurua ikaragarri handia da, eta bakoitzaren norabidea, aleatorioa. Ondorioz, kristal bakoitzaren portaera isotropoa izan ez arren, maila makroskopikoan agerian gelditzen den portaera isotropoa da. Gainera, lehen aipatutako hipotesiak onartzeak asko erraztuko dizkigu kalkuluak. Dena den, kontu handiarekin ibili behar da hiru hipotesietako bat ez dela betetzen oso nabaria denean, zeren kasu horretan hemen ikusiko ditugun zenbait espresio eta formula alferrikakoak bihur baitaitezke.

Bukatzeko, aztertuko ditugun egituren deformazioak txikiak direla suposatuko dugu. Hipotesi hau benetako gorputz askotan betetzen da, egiturak diseinatzen direnean bilatzen den helburuetako bat zurruntasun egokia lortzea delako. Hau da, egitura erreala askotan ez da alde handirik egoten hasierako geometriaren eta bukaerakoaren artean, eta itxura oso antzekoa edukitzen dute. Deformazioak gehienetan txikiak izaten direla ulertzeko, nahikoa da etxebizitza bati edo zubi bati so egitea. Kasu horietan egiturak jasaten duen deformazioa ia sumaezina izaten da. Hipotesi hori oso garrantzitsua da, datozen gaitan ikusiko dugun bezala.

1.7. LIBURUAREN EDUKIA

Liburu honen lehen zatia Elastikotasunaren Teoriari eskainita dago. Kapitulu edo gai horietan zehar materialen portaera ulertzeko oinarrizkoak diren magnitudeak ikusiko ditugu. Bigarren gaian tentsio kontzeptua eta indarren orekarekin erlazionatutako ekuazioak aurkeztu dira. Ondoren, hirugarren gaian puntu bateko deformazio-egoera nola defini daitezkeen azaltzen da. Tentsioak eta deformazioak aztertu ondoren, laugarren gaian portaeralegeak nola lor daitezkeen ikusiko dugu. Bosgarren gaian portaera elastikoa duten gorputzen erantzuna kalkulatzeko erabili behar den ekuazio-sistemara iritsiko gara, eta sistema hori ebazteko metodo batzuk deskribatuko ditugu. Elastikotasunaren Teoriaren inguruko gaiak

bukatzeko, seigarrenean hutsegite-teoria garrantzitsuenak azalduko dira, materialen haustura edo isurpena noiz gertatzen diren auresateko balio dutenak.

Ondoren, Materialen Erresistentziarekin hasiko gara. Zazpigarren gaian pieza pramatikoaren berezitasunak aurkeztu eta gero, hurrengo ataletan sekzioko esfortzu desberdinak analizatuko ditugu banaka-banaka. Lehenik eta behin, zortzigarren gaian ardatzeko indarrak sortzen dituen tentsio eta deformazioak nola kalkulaten diren ikusiko dugu. Bederatzigarren gaian, momentu makurtzailearen ondorioz agertzen diren tentsioen kalkulua aztertzen da, eta hamargarrenean, makurdurapean dauden pieza pramatikoen deformazioa. Momentu makurtzaileak sortutako tentsio eta deformazioak kalkulaten ikasi eta gero, hamaikagarren gaian egitura hiperestatikoak deskribatzen dira. Azkenik, pieza pramatikoetan eragin dezaketen esfortzuekin bukatzeko, hamabigarren gaian momentu bihurtzailea azalduko dugu. Egituren kalkuluan daukaten garrantzia dela-eta, hamahirugarren gaia teorema energetikoei eskainita dago, eta bertan printzipio eta teorema garrantzitsuenak ondorioztatzen dira. Liburua bukatzeko, hamalagarren kapituluan zutabeen gilbordura ikasten da.